引文格式:王梦璇,杜源,黄观文,等.基于经验累积分布归一化最优的GNSS综合随机模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(5):987-995.DOI:10.13203/j.whugis20240185

Citation: WANG Mengxuan, DU Yuan, HUANG Guanwen, et al. GNSS Comprehensive Stochastic Model Based on Empirical Cumulative Distribution Normalization Optimization[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2026, 51(5): 987-995. DOI: 10.13203/j.whugis20240185

基于经验累积分布归一化最优的GNSS综合随机模型

王梦璇[1] 杜 源[1,2] 黄观文[1,2,3] 李 昕[1] 薛佳琦[1]

1 长安大学地质工程与测绘学院,陕西 西安,710054

2 智能北斗陕西省高校工程研究中心,陕西 西安,710054

3 自然资源部生态地质与灾害防控重点实验室,陕西 西安,710054

摘 要:在复杂滑坡监测环境下,全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)信号受大气延迟、多路径效应、局部遮挡等因素的影响,基于单一指标的高度角或信噪比随机模型无法满足复杂场景下的高精度定位需求。多模多频GNSS数据在复杂环境下站间数据质量差异也对建立精准可靠的随机模型提出了更高的要求。针对此,提出了一种基于经验累积分布归一化最优的GNSS综合随机模型,该模型基于高度角和信噪比信息进行构建,利用权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度。高遮挡环境下实验结果显示,模型连续10天的平均历元固定率为97.8%,相比高度角随机模型、信噪比随机模型和引入主成分分析的综合随机模型分别提高24.4%、25.6%和15.3%。固定解在东西向、北向和高程方向的均方根值分别为0.007 m、0.007 m和0.012 m。模型在提高历元固定率的同时,固定解精度能够满足复杂滑坡监测环境下GNSS厘米级定位需求。

关键词:GNSS;经验累积分布;归一化;随机模型;滑坡监测

中图分类号:P223 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-11-12

DOI:10.13203/j.whugis20240185 **文章编号**:1671-8860(2026)05-0987-09

GNSS Comprehensive Stochastic Model Based on Empirical Cumulative Distribution Normalization Optimization

WANG Mengxuan[1] *DU Yuan*[1,2] *HUANG Guanwen*[1,2,3] *LI Xin*[1] *XUE Jiaqi*[1]

1 School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

2 Engineering Research Center of Intelligent BDS, Universities of Shaanxi Province, Xi'an 710054, China

3 Key Laboratory of Ecological Geology and Disaster Prevention, Ministry of Natural Resources, Xi'an 710054, China

Abstract: **Objectives**: In the complex landslide monitoring environment, the global navigation satellite system (GNSS) signals are affected by factors such as atmospheric delay, multipath effect, and local occlusion, resulting in the elevation or signal-to-noise ratio stochastic model based on a single index can not meet the high-precision positioning in complex scenes. Meanwhile, variations in data quality among stations using multi-mode and multi-frequency GNSS observations further increase the demand for accurate and reliable stochastic modeling. **Methods**: In order to solve this problem, a GNSS comprehensive stochastic model based on empirical cumulative distribution normalization optimization is proposed. The model is constructed based on elevation and signal-to-noise ratio information, and the weight coefficient is used to refine the influence of differences between single model, multi-frequency and multi-system and stations on the stochastic model. **Results**: The experimental results under high occlusion environment show that

基金项目:国家重点研发计划(2023YFC3008402);国家自然科学基金(42204026);陕西省自然科学基础研究计划(2019JC-20);陕西省重点研发计划(2022KW-09,2021LLRH-06);中央高校基本科研业务费专项(300102264905)。

第一作者:王梦璇,硕士,主要研究方向为GNSS高精度高可信定位。2021226007@chd.edu.cn

通信作者:杜源,博士。dy2021@chd.edu.cn

the average fixed rate of the new model for ten consecutive days is 97.8%, which is 24.4%, 25.6% and 15.3% higher than that of the elevation stochastic model, the signal-to-noise ratio stochastic model and the comprehensive stochastic model with principal components analysis, respectively. The root mean square error of the fixed solutions is 0.007 m in the east/west and north directions and 0.012 m in the up direction. **Conclusions**: The new model improves the epoch fixed rate while the accuracy of fixed solution can meet the requirement of GNSS centimeter positioning in complex landslide monitoring environment.

Key words: GNSS; empirical cumulative distribution; normalization; stochastic model; landslide monitoring

随着卫星导航信息的不断丰富以及多频多模融合技术的不断发展,全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)已能在开阔环境下为用户提供厘米级甚至毫米级的高精度定位服务[1-3]。但滑坡灾害多位于偏僻山区,测站周围地形起伏大、植被茂密、地质结构复杂,极易造成卫星可用数减少、卫星几何强度降低、多路径效应严重等问题,进而导致实时定位结果精度较差甚至不可用[4-5]。

随机模型确定的方差协方差矩阵体现了观测值的随机特性和先验统计特性,构建精准可靠的随机模型是获得GNSS高精度、高可靠定位结果的必要条件之一[6-7]。最初采用的等权随机模型假设所有观测值之间相互独立且精度相当,因此在复杂场景下不能准确反映观测值实际权重。EUELER等[8]基于高度角信息构建了随机模型,随后出现了依据不同函数的高度角随机模型,如三角函数、指数函数、分段函数等,相继被许多商业性和科研型软件采用[9-13]。边少锋等[14]采用全局检验和ω检验对基于分段函数、正弦函数、余弦函数以及指数函数构建的高度角随机模型进行统计检验,进一步分析了不同函数形式对定位性能的影响。这类模型不需要额外信息,简单易实现,有效降低了大气延迟误差的影响,但对信号传播过程中带来的衍射误差削弱效果不显著。HARTINGER等[15]基于信噪比(signal-to-noise ratio,SNR)信息构建了SIGMA-ε模型。BRUNNER等[16]在其基础上改进形成了SIGMA-δ模型。该类模型可有效降低信号衍射带来的影响,但对大气延迟误差削弱效果不明显。非开阔环境下,高高度角、低SNR和低高度角、高SNR的现象较为常见,因而单一指标模型难以满足复杂环境下的监测需求。

高度角和SNR的互补关系使两者的综合模型更为可靠。刘云朋等[17]利用高度角随机模型和SNR随机模型相乘的形式构建了高度角SNR综合随机模型,但并未考虑两者对综合模型的贡献度。吕明慧等[18]基于主成分分析法(principal components analysis,PCA)确定了高度角随机模型和SNR随机模型在综合模型中的贡献度,但并未考虑多频多系统间存在的差异对模型参数的影响。不同系统、不同频率、不同观测类型在信号体制、信号精度、抗干扰能力等方面性能各异,确定合适的随机模型成为多频多模GNSS数据融合定位的关键问题[19]。王尔申等[20]考虑了不同卫星系统间伪距和相位观测噪声的差异,提出了一种联合卫星系统间综合定权的随机模型。蔡亲青等[21]在提取多频多系统伪距和相位噪声的基础上精化了高度角、SNR综合随机模型。但在GNSS滑坡监测中,基准站一般设在视野开阔、地基稳定的环境中,而监测站为满足实际监测需求,往往设在遮挡严重、容易发生形变的环境中。同时基准站和监测站的接收机型号也可能不同,导致站间数据质量差异大[22]。目前在站间差分相关的随机模型处理过程中并未考虑站间数据质量差异带来的影响。

本文提出了一种基于经验累积分布归一化最优的GNSS综合随机模型。模型利用高度角和SNR信息进行构建,通过权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度,并以验后双差残差的经验累积分布归一化最优为准则搜索权重系数,以优化观测值的权比分配,提升参数估计的鲁棒性。

1 GNSS验后双差残差获取

在滑坡形变监测中,GNSS相对定位是最常见的技术手段之一,利用基准站和监测站同时接收在轨卫星信号,采用站星双差模型极大削弱了共有误差,从而可获得高精度定位结果。

1.1 GNSS原始观测模型

GNSS信号中用于空间定位的观测值主要包括伪距和载波相位两种,但受传播环境、硬件条件等多种因素影响,观测值中存在卫星轨道误差、卫星钟差、接收机钟差、大气延迟、硬件延迟和多路径误差等。GNSS原始观测模型为:

$$P_r^s=\rho_r^s+I_r^s+T_r^s+c\left(\mathrm{d}t_r-\mathrm{d}t^s\right)+c(d_r-d^s)+M_{P_r^s}+\varepsilon_P \tag{1}$$

$$\phi_r^s=\rho_r^s-I_r^s+T_r^s+c\left(\mathrm{d}t_r-\mathrm{d}t^s\right)+\lambda N_r^s+\lambda(b_r-b^s)+M_{\phi_r^s}+\varepsilon_\phi \tag{2}$$

式中,s代表卫星;r代表接收机;P_r^s代表伪距观测值;ϕ_r^s代表载波相位观测值;ρ_r^s代表卫星与接收机之间的几何距离;I_r^s和T_r^s分别代表电离层延迟和对流层延迟;c代表光速;$\mathrm{d}t_r$和$\mathrm{d}t^s$分别代表接收机钟差和卫星钟差;λ代表载波相位波长;N_r^s代表整周模糊度;d_r、d^s、b_r、b^s分别代表接收端和卫星端的载波和伪距相位硬件延迟;$M_{P_r^s}$和$M_{\phi_r^s}$分别代表伪距和载波相位的多路径误差;ε_P和ε_ϕ分别代表伪距和载波相位的观测噪声。

1.2　GNSS双差观测模型

对式(1)、式(2)进行站间、星间求差可得双差观测模型。假设在t时刻,基准站z和监测站c观测到共视卫星k和l,则站星双差观测模型为:

$$\Delta\nabla P_{z,c}^{k,l}=\Delta\nabla\rho_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla I_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla T_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla M_{P_{z,c}^{k,l}}+\Delta\nabla\varepsilon_P \tag{3}$$

$$\Delta\nabla\phi_{z,c}^{k,l}=\Delta\nabla\rho_{z,c}^{k,l}-\Delta\nabla I_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla T_{z,c}^{k,l}+\lambda\Delta\nabla N_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla M_{\phi_{z,c}^{k,l}}+\Delta\nabla\varepsilon_\phi \tag{4}$$

式中,$\Delta\nabla$代表站星双差。通过站星双差消除了卫星和接收机的钟差和硬件延迟,同时极大削弱了电离层延迟、对流层延迟等误差的影响。在短基线、小高差的情况下,基准站和监测站的大气延迟会表现出较强的空间相关性,式中残余的大气残差项$\Delta\nabla I_{z,c}^{k,l}$和$\Delta\nabla T_{z,c}^{k,l}$可以忽略不计。由此,式(3)、式(4)可写为:

$$\Delta\nabla P_{z,c}^{k,l}=\Delta\nabla\rho_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla M_{P_{z,c}^{k,l}}+\Delta\nabla\varepsilon_P \tag{5}$$

$$\Delta\nabla\phi_{z,c}^{k,l}=\Delta\nabla\rho_{z,c}^{k,l}+\lambda\Delta\nabla N_{z,c}^{k,l}+\Delta\nabla M_{\phi_{z,c}^{k,l}}+\Delta\nabla\varepsilon_\phi \tag{6}$$

式(5)、式(6)即为GNSS滑坡监测的双差观测模型。通常采用卡尔曼滤波估计待求的位置参数和整周模糊度参数,将其重新代入式(5)、(6)即可得到包含多路径、噪声的验后双差残差。

2　GNSS随机模型

2.1　现有随机模型

2.1.1　高度角随机模型

高度角随机模型是依赖高度角来评价观测值质量的函数模型。卫星高度角与对流层延迟、电离层延迟、多路径效应等密切相关,一般认为卫星高度角越大,观测值受大气误差、多路径误差的影响越小。高度角随机模型具有多种应用形式,较为广泛的有三角函数、指数函数、分段函数模型等。依据三角函数的不同,又可分为正弦、余弦和正切函数模型。RTKlib、GAMIT等软件采用正弦函数模型[10-11]:

$$\sigma^2=a^2+\frac{b^2}{\sin^2 E} \tag{7}$$

式中,σ^2为观测值方差;a、b表示观测值先验精度的常量;E为卫星高度角。

2.1.2　SNR随机模型

SNR和载噪比(carrier-to-noise ratio,CNR)受多路径效应、衍射效应和接收机天线增益等多种因素的影响而变化,是评估GNSS信号质量的重要指标[23]。通常情况下把1 Hz带宽上的CNR作为SNR观测值。常用SNR随机模型为SIGMA-ε模型:

$$\sigma^2=C_i\times 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \tag{8}$$

式中,C/N_0代表CNR;C_i为经验值常量;i代表信号频率。文献[16]认为C_1取0.002 24 $\mathrm{m^2\cdot Hz}$,C_2取0.000 77 $\mathrm{m^2\cdot Hz}$。但C_i的拟合实际操作较为复杂,一种改进的SNR随机模型[24]为:

$$\sigma^2=a+b\times 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \tag{9}$$

式中,a、b表示待拟合的经验参数。

2.1.3　高度角、SNR综合随机模型

高度角随机模型能有效削弱电离层、对流层等大气误差的影响,但对信号传播过程中带来的衍射误差削弱效果不显著。SNR在信号发生衍射时将明显衰减,但对大气延迟产生的衰减极小。复杂监测环境下,高高度角、低SNR和低高度角、高SNR的情况普遍存在,单一指标的高度角或SNR随机模型无法满足复杂应用场景下的高精度定位。已有学者综合利用高度角、SNR信息构建随机模型,以引入PCA的高度角、SNR综合随机模型为例[18],σ^2可表示为:

$$\sigma^2=B_e{\sigma_e}^2+B_s{\sigma_s}^2 \tag{10}$$

式中,${\sigma_e}^2$、${\sigma_s}^2$分别代表高度角随机模型和SNR随机模型的方差;B_e、B_s分别代表引入PCA的高度角随机模型和SNR随机模型在综合随机模型中的贡献度。该模型并未考虑多频多系统间和测站间数据质量差异对模型参数的影响。

2.2　新型综合随机模型

在考虑单一模型对误差源敏感度不同、GNSS数据多频多系统化和复杂环境下站间数据质量差异化三方面影响的基础上,本文设定了新型综合随机模型的函数形式和权重系数,并基于经验累积分布归一化最优准则对历史固定历元的

归一化验后双差残差进行搜索,得到不同系统、不同频率以及不同观测值类型的最优权重系数。

2.2.1 随机模型函数构建

新型综合随机模型基于指数型高度角随机模型和SNR随机模型相乘的形式进行构建,考虑高度角和SNR互补关系的基础上综合放大两者对随机模型的贡献。通过设计权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度,从而优化观测值的权比分配。本文模型的非差方差σ^2表示为:

$$\sigma_z{}^2=\sigma_0{}^2\left(1+a_{i,j,m,z}\times \mathrm{e}^{-\frac{E_z}{10}}\right)^2\times \left(1+b_{i,j,m,z}\times 10^{-S_{i,m,z}}\right) \tag{11}$$

$$\sigma_c{}^2=\sigma_0{}^2\left(1+a_{i,j,m,c}\times \mathrm{e}^{-\frac{E_c}{10}}\right)^2\times \left(1+b_{i,j,m,c}\times 10^{-S_{i,m,c}}\right) \tag{12}$$

式中,σ_0为单位权中误差;a、b分别代表高度角和SNR在综合随机模型中的权重系数;S代表SNR;i代表卫星系统;j代表观测值类型(j取P代表伪距,j取ϕ代表载波);m代表观测值频率。模型针对复杂滑坡监测,z与c的距离介于几百米至几千米之间,属于短基线监测,测站间同一卫星的高度角之差可以忽略不计。因此,式(11)、式(12)可简化为:

$$\sigma_z{}^2=\sigma_0{}^2\left(1+a_{i,j,m}\times \mathrm{e}^{-\frac{E}{10}}\right)^2\left(1+b_{i,j,m,z}\times 10^{-S_{i,m,z}}\right) \tag{13}$$

$$\sigma_c{}^2=\sigma_0{}^2\left(1+a_{i,j,m}\times \mathrm{e}^{-\frac{E}{10}}\right)^2\left(1+b_{i,j,m,c}\times 10^{-S_{i,m,c}}\right) \tag{14}$$

根据误差传播定律,可得模型的站间单差标准差(standard deviation,SD)$\sigma_{\mathrm{SD}}{}^2$为:

$$\sigma_{\mathrm{SD}}{}^2=2\sigma_0{}^2\left(1+a_{i,j,m}\times \mathrm{e}^{-\frac{E}{10}}\right)^2\times \left(1+\frac{b_{i,j,m,z}\times 10^{-S_{i,m,z}}+b_{i,j,m,c}\times 10^{-S_{i,m,c}}}{2}\right) \tag{15}$$

式中,σ_0取经验值(载波相位观测值取0.003 m,伪距观测值取0.3 m);$a_{i,j,m}$、$b_{i,j,m,z}$、$b_{i,j,m,c}$以经验累积分布归一化最优准则进行搜索。

实验监测站区域属于半高空遮挡,在高度角大于70°、SNR大于50 dB的情况下,观测数据受大气延迟误差和多路径误差均较小,此时$\sigma_{\mathrm{SD}}{}^2\approx 2\sigma_0{}^2$,结合式(15),$a_{i,j,m}$的搜索上限不应超过100,$b_{i,j,m,z}$、$b_{i,j,m,c}$的搜索上限不应超过100 000。对于高度角大于70°时仍存在遮挡的情况,应重新设定搜索上限。同时本文对不同系统、不同频率、不同观测值类型的数十维权重系数整体进行搜索,且在搜索过程中希望增强较大双差残差对搜索的影响(§2.2.2中具体介绍),为保障搜索时间和结果的有效性,未直接对权重系数进行连续拟合或对搜索上限以内的范围进行小间隔等距离搜索,而是以10的幂次形式进行非等距搜索,$a_{i,j,m}$的取值范围为{1, 10, 100},$b_{i,j,m,z}$、$b_{i,j,m,c}$的取值范围为{1, 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000}。

根据式(15)可以计算不同系统、不同卫星、不同频率的伪距和载波观测值站间单差方差。以北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system,BDS)单系统单频伪距观测值为例,假设共观测到n颗BDS卫星,其站间单差方差-协方差矩阵$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{SD}}$可表示为:

$$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{SD}}=\mathrm{diag}\left[\sigma_{\mathrm{SD}_1}{}^2,\sigma_{\mathrm{SD}_2}{}^2,\cdots,\sigma_{\mathrm{SD}_n}{}^2\right] \tag{16}$$

式中,diag[·]为对角阵函数。由式(16)和单差-双差变换矩阵$\boldsymbol{D}$可以构建观测值的站星双差(double deviation,DD)方差协方差阵$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{DD}}$:

$$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{DD}}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{SD}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

假设选定第1颗卫星为基准星进行星间差分,则$\boldsymbol{D}$的具体形式为:

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}1&1&0&\cdots&0\\1&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&0&0&\cdots&1\end{bmatrix} \tag{18}$$

2.2.2 经验累积分布归一化最优准则

当σ^2能够很好地描述观测值质量时,归一化验后残差分布特性应近似遵循标准正态分布,即:

$$v_0=\frac{v}{\sigma}\sim N(0,1) \tag{19}$$

式中,v_0为归一化的验后残差;v为验后残差;$N(0,1)$为标准正态累积分布。同理,归一化的验后双差残差也近似遵循标准正态分布:

$$\Delta\nabla v_0=\frac{\Delta\nabla v}{\sigma_{\mathrm{DD}}}\sim N(0,1) \tag{20}$$

式中,$\Delta\nabla v_0$为归一化的验后双差残差;$\Delta\nabla v$为验后双差残差;σ_{DD}为$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{DD}}$对角线元素的开方。验后双差残差是将求得的位置参数和整周模糊度参数重新代入式(5)、(6)得到的。需要注意的是,本文仅对检验为正确固定历元的验后双差残差纳入经验累积分布统计。

本文将归一化验后双差残差的经验累积分布与标准正态累积分布之间的$\Delta\bar{x}$最小作为搜索最优权重系数的准则,$\Delta\bar{x}$的计算公式如下:

$$\begin{cases}\Delta\bar{x}=\text{mean}|\Delta x_j| \\ \Delta x_j=C_f^{-1}\left[C_e(\Delta\nabla v_0)\right]-\Delta\nabla v_0\end{cases} \tag{21}$$

式中,$j=1,2,\cdots,N$,N为经验累积分布的样本数;$C_e(\cdot)$为标准正态累积分布(简称标准累积分布)函数;$C_f(\cdot)$为经验累积分布函数;$C_f^{-1}(\cdot)$代表$C_f(\cdot)$的反函数。采用高斯核密度函数来拟合经验累积分布曲线。搜索过程按照§2.2.1设定的范围从小到大进行。由于权重系数为多维参数,为加快计算速率,采用多核并行运算进行搜索。以$a_{i,j,m}$,$b_{i,j,m,z}$,$b_{i,j,m,c}=10$为例,图1为相应的经验累积分布、标准累积分布与Δx_j关系示意图。Δx_j可理解为经验累积分布曲线和标准累积分布曲线在同一纵坐标值下所对应的横坐标之差。本文采用横坐标之差而不是纵坐标之差,是因为横坐标之差极大地增强了曲线尾部对搜索的影响。

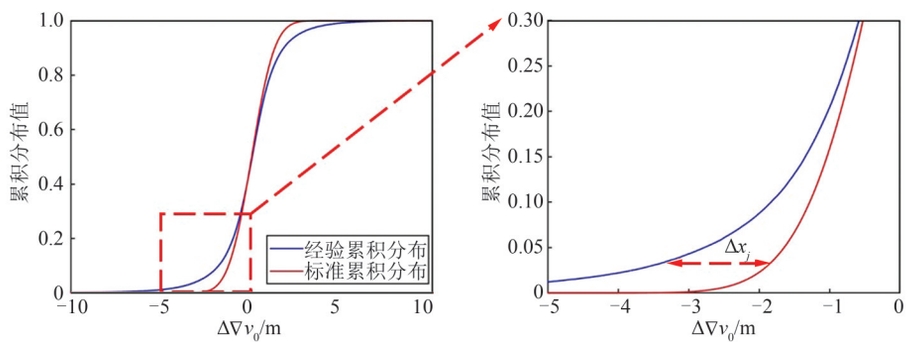


图 1　经验累积分布、标准累积分布与Δx_j关系示意图

Fig. 1　Schematic Diagram of the Relationship Between Empirical Cumulative Distribution, Standard Cumulative Distribution, and Δx_j

3　实验分析

3.1　实验区域概况

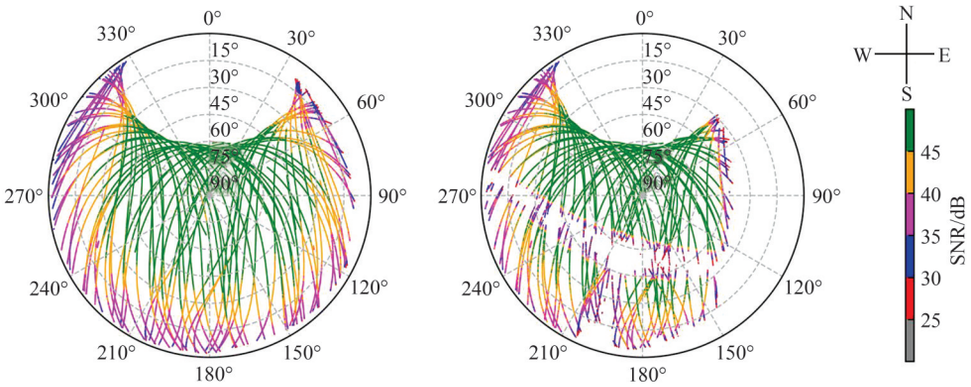
本文选取三门峡油气运输管道边坡监测项目的某滑坡区域进行实验分析,图2显示了基准站和监测站的位置分布及周围环境。该滑坡区域处于河南省三门峡市陕州区,管道附近310国道改建工程施工开挖导致边坡一侧形成较大临空面,在极端天气影响下极有可能引发滑坡,对油气管道运输安全造成严重威胁。基准站SMX01位于坡顶,四周植被较少,视线无遮挡,具有良好的观测条件。监测站SMX02位于半坡面,东北侧受坡体遮挡,南侧半空区受310国道遮挡,观测环境较差。基准站和监测站接收机型号均为和芯星通UB4B0M,天线为海积HG-GOYH7151。



图 2　测站位置分布及周围环境

Fig. 2　Location Distribution and Surrounding Environment of Observation Stations

实验选用协调世界时2021-05-20(年积日第140天,记为T_1)监测数据进行数据质量分析和搜索最优权重系数,选用协调世界时2021-05-21(年积日第141天,记为T_2)监测数据验证本文模型的有效性。图3为T_1时段基准站和监测站的卫星天空视图,可以看出,基准站观测值在空间上分布均匀,SNR随高度角的降低而减小。监测站由于受坡体和路桥遮挡,观测值在空间分布不均,



(a) 基准站 (b) 监测站

图3 T_1时段基准站和监测站的卫星天空视图及SNR分布

Fig. 3 Satellite Sky Views and SNR Distribution of Reference and Monitoring Stations During Period T_1

高度角40°～60°之间SNR出现低于40 dB的情况。

3.2 实验分析

为验证本文模型的有效性,以实验区T_1时段和T_2时段数据为例,采用表1的数据处理策略,设计4种经验累积分布方案进行对比分析。方案1:高度角随机模型(式(7))。方案2:SNR随机模型(式(9))。方案3:引入PCA的高度角、SNR综合随机模型(式(10))。方案4:基于经验累积分布归一化最优的综合随机模型(式(15))。

表1 定位解算策略

Table 1 Strategies of Location Solution

参数项	策略	参数项	策略
系统	GPS+BDS	截止高度角/(°)	15
频率	GPS:L1+L2 BDS:B1I+B3I	定位模式	Kinematic
采样间隔/s	5	参数估计方法	Kalman滤波
星历	广播星历	模糊度固定方法	最小二乘模糊度解算方法

实验选用T_1时段的监测数据搜索方案4的最优权重系数,构建该方案的综合随机模型。表2为方案4的最优权重系数,可以看出,不同系统、不同观测值类型、不同频率的最优权重系数存在差异,监测站的SNR最优权重系数多数大于基准站,放大了监测站SNR对观测方差的影响。

表2 方案4的最优权重系数

Table 2 Optimal Weight Coefficient of Scheme 4

策略	伪距			载波		
	$a_{i,P,m}$	$b_{i,P,m,z}$	$b_{i,P,m,c}$	$a_{i,\phi,m}$	$b_{i,\phi,m,z}$	$b_{i,\phi,m,c}$
GPS L1	10	10	100 000	1	10	100 000
GPS L2	10	100 000	100 000	1	10	100 000
BDS B1I	1	100 000	100 000	10	10	100 000
BDS B3I	1	100 000	100 000	10	10	100 000

图4为标准累积分布和4种经验累积分布方案对比图。从图4中可以看出,相比方案1、方案2,方案3的$\Delta\bar{x}_3$在一定程度上减小,主要是因为$\Delta\nabla v_0$在(−1,1)m之间的经验累积分布曲线与标准累积分布曲线更为贴近,但在(−10,−1)m和(1,10)m之间,方案1～3的差距较小,方案3的权比分配未得到整体优化。相比方案1～3,方案4的$\Delta\bar{x}_4$最小,$\Delta\nabla v_0$在(−10,10)m之间的经验累积分布曲线与标准累积分布曲线均较为贴近,整体权比分配最优。

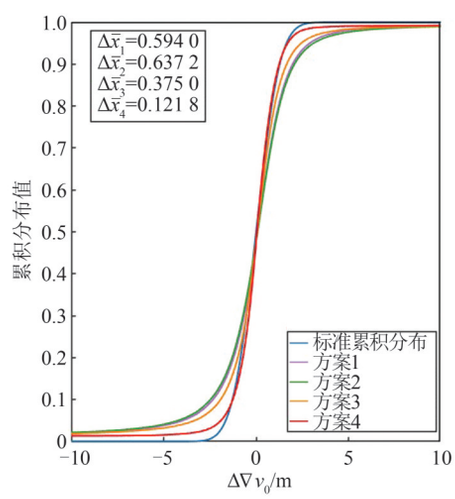


图4 标准累积分布和4种经验累积分布方案对比图

Fig. 4 Comparison of the Standard Cumulative Distribution and Four Empirical Cumulative Distribution Schemes

选用T_2时段的监测数据解算定位结果,从浮点解精度和固定解精度评价所提综合随机模型的有效性。采用基于崩溃点理论的自适应滑动窗口对定位结果进行滤波,将滤波结果与定位结果做差得到残差序列[25]。图5为4种方案浮点解在E、N、U方向的残差序列。9时3分—9时51分内定位结果缺失是因为在野外观测条件下,监测站受通信、供电等外界因素影响未接收到原始观

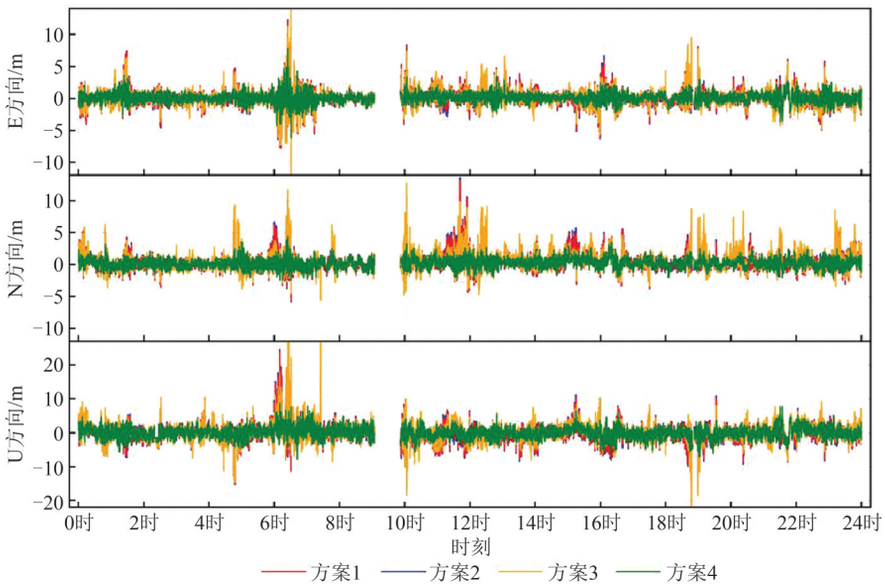


图 5　4种方案浮点解在E、N、U方向的残差序列

Fig. 5　Floating Solution Residual Sequences of Four Schemes in the E, N, U Directions

测数据导致的。从图5中可以看出,方案3浮点解残差多数优于方案1、方案2,但仍有部分浮点解残差未减小甚至更差,主要是因为方案3的权比分配未得到整体优化,部分多路径效应严重的观测值对定位结果的影响仍然较大。方案4由于整体权比分配最优,显著降低了多路径效应严重的观测值对定位结果的影响,从而使其浮点解残差整体小于方案1~3。表3为相应的均方根(root mean square,RMS)值,可以看出,相比方案1、方案2,方案3的浮点解RMS值变化不显著,这与图5中方案3部分浮点解残差未减小甚至更差有关,T_2时段内,方案3的整体浮点解RMS值未发生明显变化。相比方案1~3,方案4的RMS明显减小,且方案4在E、N、U 3个方向上的精度均明显优于其余方案,与方案1相比,分别提升了36.2%、42.4%和34.1%;与方案2相比,分别提升了36.5%、42.6%和35.3%;与方案3相比,分别提升了34.8%、44.5%和33.6%。

表 3　4种方案浮点解残差序列的RMS值/m

Table 3　RMS Values of Floating Solution Residual Sequences of Four Schemes/m

方案	E方向	N方向	U方向
1	1.123	1.281	2.385
2	1.130	1.286	2.430
3	1.100	1.329	2.369
4	0.717	0.738	1.572

随机模型的精化在影响浮点解精度的同时,还会影响浮点解方差,从而对以浮点解方差为指标选取模糊度子集的部分模糊度固定策略产生影响,最终影响固定解精度和固定率。本文实验采用以浮点解方差为指标的部分模糊度固定策略,利用最小二乘模糊度解算方法进行模糊度固定。表4给出了4种方案的历元固定率和单固定解精度,可以看出,方案4相比方案1~3,历元固定率明显提高,满足复杂滑坡监测环境下GNSS厘米级定位需求。

表 4　4种方案的历元固定率与精度统计结果

Table 4　Statistical Results of Epoch Fixed Rate and Accuracy of Four Schemes

方案	历元固定率/%	RMS/m		
		E方向	N方向	U方向
1	66.5	0.007	0.008	0.012
2	64.9	0.005	0.005	0.013
3	73.4	0.006	0.008	0.011
4	93.2	0.007	0.007	0.012

进一步对协调世界时2021-05-21—2021-05-30(年积日第141—150天)连续10天的历元固定率进行统计,如图6所示。可以看出,方案4相比其他方案历元固定率显著提升。

4　结　语

在复杂滑坡环境下,观测数据质量受各种因素的影响,如何构建精确可靠的随机模型是面临的难题之一。本文从单一模型对误差源敏感度不同、GNSS数据多频多系统化和复杂环境下站间数据质量差异化3个角度分析了现有随机模型的局限性,提出了一种基于经验累积分布归一化最优的GNSS综合随机模型,并以三门峡滑坡实测数据为例验证了该模型的有效性,得出以下结论:

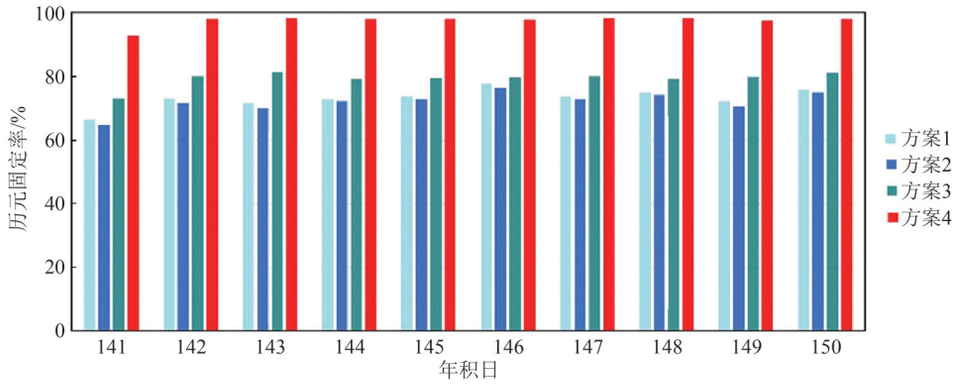


图6 4种方案连续10天历元固定率统计结果

Fig. 6 Statistical Results of Epoch Fixed Rate of Four Schemes for Ten Consecutive Days

1)基于经验累积分布归一化最优准则得到了综合随机模型最优权重系数,细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度,在复杂环境下放大了监测站SNR对观测方差的影响,优化了权比分配。

2)通过实测数据对比分析了高度角随机模型、SNR随机模型、引入PCA的综合随机模型和基于经验累积分布归一化最优的综合随机模型对定位解算的影响。基于经验累积分布归一化最优的综合随机模型连续10天平均历元固定率为97.8%,相比高度角随机模型平均提高24.4%,相比SNR随机模型平均提高25.6%,相比引入PCA的综合随机模型平均提高15.3%;固定解RMS在E、N方向均为0.007 m,在U方向为0.012 m,满足复杂滑坡监测环境下GNSS厘米级定位需求。

参 考 文 献

[1] 张宝成, ODIJK Dennis. 一种能实现单频PPP-RTK的GNSS局域参考网数据处理算法[J]. 地球物理学报, 2015, 58(7): 2306-2319.
ZHANG Baocheng, ODIJK D. A Method for Processing GNSS Data from Regional Reference Networks to Enable Single-Frequency PPP-RTK[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2015, 58(7): 2306-2319.

[2] 陈孜, 黄观文, 白正伟, 等. 基于低成本毫米级GNSS技术的膨胀土边坡现场监测[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2022, 53(1): 214-224.
CHEN Zi, HUANG Guanwen, BAI Zhengwei, et al. Field Monitoring of Expansive Soil Slope Based on Low-Cost Millimeter-Sized GNSS Technology [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2022, 53(1): 214-224.

[3] 张小红, 李星星, 郭斐, 等. GPS单频精密单点定位软件实现与精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2008, 33(8): 783-787.
ZHANG Xiaohong, LI Xingxing, GUO Fei, et al. Realization and Precision Analysis of Single-Frequency Precise Point Positioning Software[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2008, 33(8): 783-787.

[4] 韩军强, 黄观文, 李哲. 复杂环境下GNSS滑坡监测多路径效应分析及处理方法[J]. 地球科学与环境学报, 2018, 40(3): 355-362.
HAN Junqiang, HUANG Guanwen, LI Zhe. Multipath Effect Analysis and Processing Method of GNSS Landslide Monitoring Under Complicated Environment[J]. *Journal of Earth Sciences and Environment*, 2018, 40(3): 355-362.

[5] 汪东, 周宏平, 张慧春, 等. 不同植被GPS定位精度影响因素分析及多路径效应[J]. 中南林业科技大学学报, 2014, 34(11): 46-51.
WANG Dong, ZHOU Hongping, ZHANG Huichun, et al. Influencing Factors Analysis and Multi-path Effects of Different Plant Cover Types on GPS Positioning Accuracy for Forest Fire Control[J]. *Journal of Central South University of Forestry & Technology*, 2014, 34(11): 46-51.

[6] LI B F, SHEN Y Z, XU P L. Assessment of Stochastic Models for GPS Measurements with Different Types of Receivers[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2008, 53(20): 3219-3225.

[7] 张小红, 丁乐乐. 北斗二代观测值质量分析及随机模型精化[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(7): 832-836.
ZHANG Xiaohong, DING Lele. Quality Analysis of the Second Generation Compass Observables and Stochastic Model Refining[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(7): 832-836.

[8] EUELER H J, GOAD C C. On Optimal Filtering of GPS Dual Frequency Observations Without Using Orbit Information[J]. *Bulletin Géodésique*, 1991, 65(2): 130-143.

[9] KALMAN R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(1): 35-45.

[10] RTKLIB Ver. 2.4.2 Manual[EB/OL]. (2013-04-29) [2024-07-11]. https://www.rtklib.com/prog/manual_2.4.2.pdf.

[11] Documentation for the GAMIT GPS Analysis Software[EB/OL]. (2002-02-15) [2024-08-27]. https://geoweb.mit.edu/~simon/gtgk/GAMIT.pdf.

[12] GE M, GENDT G, ROTHACHER M, et al. Resolution of GPS Carrier-Phase Ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with Daily Observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(7): 389-399.

[13] HAN S. Quality-Control Issues Relating to Instantaneous Ambiguity Resolution for Real-Time GPS Kinematic Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 1997, 71(6): 351-361.

[14] 边少锋, 刘一, 纪兵, 等. 北斗三号卫星观测信息高度角相关随机模型统计特性分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10): 1615-1624.
BIAN Shaofeng, LIU Yi, JI Bing, et al. Analysis of Statistic Testing of Elevation-Dependent Stochastic Models of BDS-3 Satellite Observation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1615-1624.

[15] HARTINGER H, BRUNNER F K. Variances of GPS Phase Observations: The SIGMA-ε Model[J]. *GPS Solutions*, 1999, 2(4): 35-43.

[16] BRUNNER F K, HARTINGER H, TROYER L. GPS Signal Diffraction Modelling: The Stochastic SIGMA-δ Model[J]. *Journal of Geodesy*, 1999, 73(5): 259-267.

[17] 刘云朋, 尹潇, 楼立志. 高度角信噪比联合随机模型的抗差GPS/COMPASS实时差分定位算法分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2014, 34(4): 145-148.
LIU Yunpeng, YIN Xiao, LOU Lizhi. Robust GPS/Compass Combined Real-Time Differential Positioning Based on Elevation Angle and SNR Combined Stochastic Model[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2014, 34(4): 145-148.

[18] 吕明慧, 李薇, 张宝成, 等. 联合高度角与信噪比的精化随机模型及其对高纬度精密单点定位的影响[J]. 全球定位系统, 2021, 46(3): 15-23.
LÜ Minghui, LI Wei, ZHANG Baocheng, et al. Refined Stochastic Model of Combining Elevation Angle and SNR and Its Impact on Precise Point Positioning in High Latitude Areas[J]. *GNSS World of China*, 2021, 46(3): 15-23.

[19] 李博峰, 苗维凯, 陈广鄂. 多频多模GNSS高精度定位关键技术与挑战[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(11): 1769-1783.
LI Bofeng, MIAO Weikai, CHEN Guang'e. Key Technologies and Challenges of Multi-frequency and Multi-GNSS High-Precision Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(11): 1769-1783.

[20] 王尔申, 王珩, 张益泽, 等. GNSS基准站信噪比联合卫星系统综合定权的手机RTK定位[J]. 全球定位系统, 2024, 49(3): 65-72.
WANG Ershen, WANG Heng, ZHANG Yize, et al. Smartphone RTK Positioning Based on Integrated Weighting of GNSS Base Station Signal-to-Noise Ratio and Joint Satellite System[J]. *GNSS World of China*, 2024, 49(3): 65-72.

[21] 蔡亲青, 朱锋, 陈曦, 等. 高度角与信噪比混合的GNSS随机模型精化及其对RTK定位性能的影响[J]. 全球定位系统, 2023, 48(1): 24-31.
CAI Qinqing, ZHU Feng, CHEN Xi, et al. Refinement of GNSS Stochastic Model Combining Elevation Angle and SNR and Its Effect on RTK Positioning Performance[J]. *GNSS World of China*, 2023, 48(1): 24-31.

[22] 刘健, 黄观文, 杜源, 等. 基于基准站信噪比先验信息的GNSS观测数据多路径误差识别方法及应用[J]. 地球科学与环境学报, 2022, 44(2): 352-362.
LIU Jian, HUANG Guanwen, DU Yuan, et al. Method and Application of Identifying Multipath Errors in GNSS Observation Data Based on Prior Information of Base Station's Signal-to-Noise Ratio[J]. *Journal of Earth Sciences and Environment*, 2022, 44(2): 352-362.

[23] 黄劲松, 刘峻宁, 刘成宝, 等. GPS信号载噪比研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(5): 427-430.
HUANG Jinsong, LIU Junning, LIU Chengbao, et al. On C/N_0 of Received GPS Signal[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(5): 427-430.

[24] 王颖喆, 陶贤露, 朱锋, 等. 利用智能手机实现GNSS原始观测值的高精度差分定位[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(12): 1941-1950.
WANG Yingzhe, TAO Xianlu, ZHU Feng, et al. High Accuracy Differential Positioning with Smartphone GNSS Raw Measurements[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(12): 1941-1950.

[25] HUANG G W, WANG D, DU Y, et al. Deformation Feature Extraction for GNSS Landslide Monitoring Series Based on Robust Adaptive Sliding-Window Algorithm[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2022, 10: 884500.